

Grundlagen der medizinischen Biophysik

2. Vorlesung

Ádám Orosz

I. Funktionen in der medizinischen Biophysik

1. Beispiele aus der Biophysik Formelsammlung
2. Linearisierung einiger Funktionen

II. Mechanik - Kinematik (Bewegungslehre)

1. Bezugssystem
2. Bewegungsformen
3. Größen zur Translationsbewegung
4. Spezielle Translationsbewegungen
5. Kreisbewegung

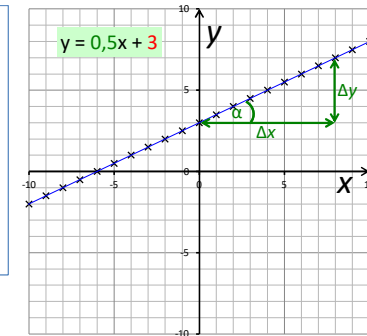
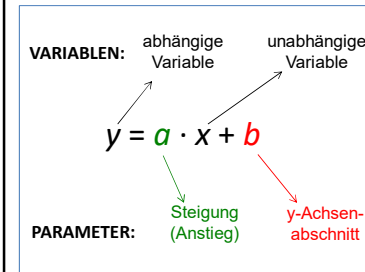
1

Lineare Funktionen

wenn $x = 0$
dann $y = b$

wenn $\Delta x = 1$
dann $\Delta y = a$

$$a = \Delta y / \Delta x = \tan \alpha$$



2

Lineare Funktionen

Beispiele aus der Biophysik-Formelsammlung

1: Allgemeine Gasgleichung (I.35)

$$pV = nRT \text{ (wenn } n \text{ \& } V \text{ konstant sind)}$$

$$p = nR/V \cdot T + 0$$

$$y = a \cdot x + b$$

2: Lichtelektrischer Effekt (II.37)

$$E_{\text{kin}} = hf - W_{\text{em}}$$

$$E_{\text{kin}} = h \cdot f + (-W_{\text{em}})$$

$$y = a \cdot x + b$$

3: Refraktometrie

$$n = k \cdot c + n_0$$

$$n = k \cdot c + n_0$$

$$y = a \cdot x + b$$

4: Ohmsches Gesetz

$$R = U/I$$

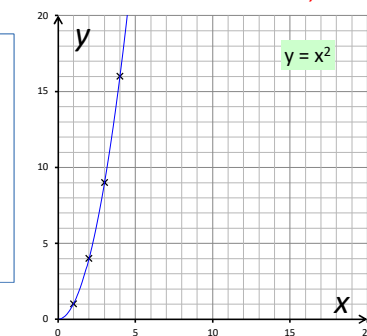
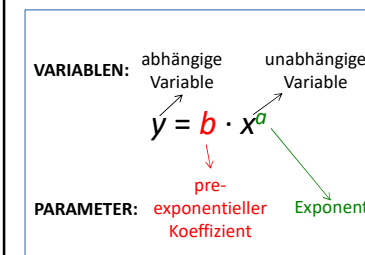
$$I = 1/R \cdot U + 0$$

$$y = a \cdot x + b$$

3

Potenzfunktionen

wenn $x = 1$
dann $y = b$



weitere Potenzfunktionen
die indirekte Proportionalität:

$$y = \frac{b}{x} = b \cdot x^{-1}$$

die Quadratwurzel-Funktion:

$$y = \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$$

4

Potenzfunktionen

Beispiele aus der Biophysik-Formelsammlung

1: Die de Broglie-Wellenlänge
(I.3)

$$\lambda = h/p$$

$$y = b \cdot x^a$$

2: Stefan-Boltzmann-Gesetz
(II.41)

$$M = \sigma \cdot T^4$$

$$y = b \cdot x^a$$

3: Duane-Hunt-Gesetz
(II.80)

$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{eU_{\text{anode}}}$$

$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{e} \cdot U^{-1}$$

$$y = b \cdot x^a$$

4: Die Massenabhängigkeit der
Eigenfrequenz (Resonanz 6)

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{D}{m}}$$

$$f_0 = D^{1/2} / (2\pi) \cdot m^{-1/2}$$

$$y = b \cdot x^a$$

5

Exponentielle Funktionen

$$y = b \cdot a^{x/k}$$

PRAKTISCHE ÄNDERUNGEN FÜR PHYSIK:

- sei die Basiszahl e (manchmal auch 2 oder 10)
- statt $/k$ kann man auch $\cdot p$ in den Exponenten schreiben (wo $p = 1/k$)
- sei das Exponentenvorzeichen negativ
- statt b schreiben wir y_0

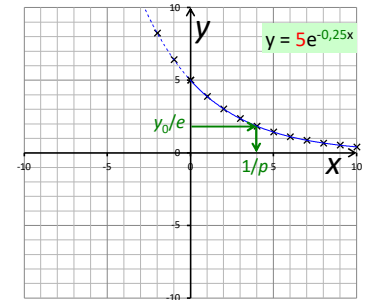
VARIABLEN: abhängige Variable unabhängige Variable

$$y = y_0 \cdot e^{-px} = y_0 \cdot e^{-x/k}$$

PARAMETER: exponentieller Koeffizient exponentielle Koeffizient

wenn $x = 0$
dann $y = y_0$

wenn $y = y_0/e$
dann $x = 1/p = k$



6

Exponentielle Funktionen

Beispiele aus der Biophysik-Formelsammlung

1: Schwächungsgesetz
(II.11)

$$J = J_0 \cdot e^{-\mu x}$$

$$y = y_0 \cdot e^{-px}$$

2: Boltzmannsche Verteilung
(I.25)

$$n_i = n_0 \cdot e^{-\Delta \epsilon / (kT)}$$

$$y = y_0 \cdot e^{-x/k}$$

3: Zerfallsgesetz
(II.96)

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$$

$$y = y_0 \cdot e^{-px}$$

4: Entladung eines RC-Kreises
(VII.2)

$$U = U_0 \cdot e^{-t/(RC)}$$

$$y = y_0 \cdot e^{-x/k}$$

7

Exponentielle Funktionen

Linearisierung

graphische Linearisierung:

Stellen wir y auf eine Log-Skala und x auf eine Lin-Skala dar.
Die Beziehung **erscheint** als linear, aber **ist** eigentlich immer noch exponentiell.

$$y = y_0 \cdot e^{-px}$$

$$\log y = \log(y_0 \cdot e^{-p \cdot x})$$

$$\log y = \log y_0 + \log(e^{-p \cdot x})$$

$$\log y = \log y_0 - p \cdot x \cdot \log e$$

$$\underbrace{\log y}_y = \underbrace{-p \cdot \log e}_a \cdot x + \underbrace{\log y_0}_b$$

y-Achsenabschnitt = $\log(y_0)$

$$\log(5) = 0,699$$

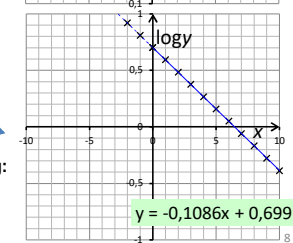
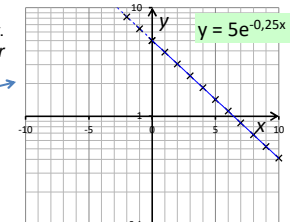
$$\text{Steigung} = -p \cdot \log(e)$$

$$-0,25 \cdot \log(e) = -0,1086$$

arithmetische Linearisierung:

Stellen wir $\log(y)$ als Funktion von x dar.

Die Beziehung **ist** linear.



8

Potenzfunktionen

Linearisierung

graphische Linearisierung:
Stelle sowohl y als auch x auf Log-Skalen dar.
Die Beziehung **erscheint** als linear aber **ist** eigentlich immer noch eine Potenzfunktion.

$$y = b \cdot x^a$$

$$\log y = \log(b \cdot x^a)$$

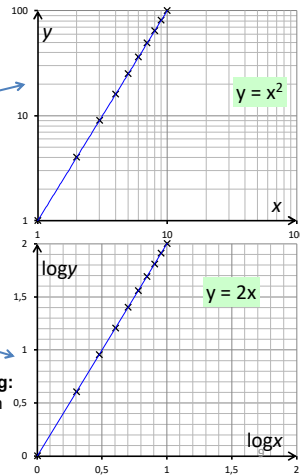
$$\log y = \log b + \log(x^a)$$

$$\log y = \log b + a \cdot \log x$$

$$\underbrace{\log y}_y = \underbrace{\log b}_x + \underbrace{a \cdot \log x}_b$$

y-Achsenabschnitt = $\log b$
 $\log 1 = 0$
Steigung = a
 $a = 2$

arithmetische Linearisierung:
Stelle $\log(y)$ als Funktion von $\log(x)$ dar.
Die Beziehung ist linear.



Mechanik - Kinematik (Bewegungslehre)



1. Bezugssystem

2. Bewegungsformen

- Translation
- Rotation

3. Größen zur Translationsbewegung

- Geschwindigkeit
- Beschleunigung

4. Spezielle Translationsbewegungen

- Gleichförmige geradlinige Bewegung
- Gleichförmig beschleunigte geradlinige Bewegung
 - Freier Fall
 - Erdbeschleunigung

5. Kreisbewegung

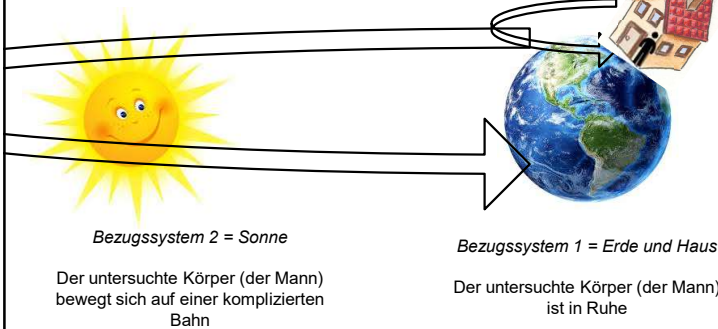
- Periodenzeit
- Frequenz
- Winkelgeschwindigkeit
- Bahngeschwindigkeit
- Zentripetalbeschleunigung

10

Bezugssystem

Bezugssystem: Gesamtheit von willkürlich ausgewählten Körpern

- die sich im Vergleich zueinander nicht bewegen
- zu denen die Bewegung des untersuchten Körpers beschrieben wird, z. B.



Bezugssystem 2 = Sonne

Der untersuchte Körper (der Mann) bewegt sich auf einer komplizierten Bahn

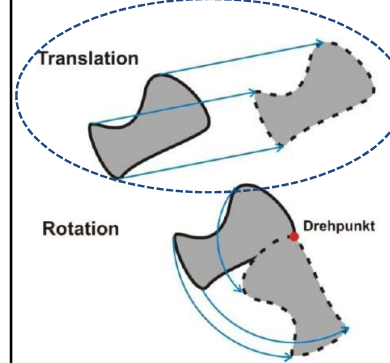
Bezugssystem 1 = Erde und Haus

Der untersuchte Körper (der Mann) ist in Ruhe

Bewegungen sind immer relativ!

11

Bewegungsformen



Translation + Rotation:

12

Geschwindigkeit

Geschwindigkeit (v): $v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \left(\frac{\text{m}}{\text{s}} \right)$ Vektor

- Quotient der zurückgelegten Strecke (Δs) und der dafür benötigten Zeitspanne (Δt)
- Die Geschwindigkeit **zeigt, wie schnell sich ein Körper bewegt.**
- Δt ist willkürlich gewählt

⇒ durch die Definitionsformel erhält man eigentlich die mittlere Geschwindigkeit für die untersuchte Zeitspanne, z. B.



⇒ Momentangeschwindigkeit erhält man, wenn $\Delta t \rightarrow 0$: $v = \frac{ds}{dt}$
 ⇒ Die Geschwindigkeit kann sich ändern, sie ist eine Funktion der Zeit: $v(t)$

13

Beschleunigung

Beschleunigung (a): $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \left(\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right)$ Vektor

- Quotient der Geschwindigkeitsänderung (Δv) und der dafür benötigten Zeitspanne (Δt)
- Die Beschleunigung **zeigt, wie schnell sich die Geschwindigkeit eines Körpers ändert.**
- Δt ist willkürlich gewählt

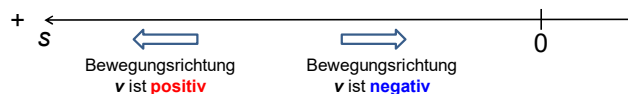
⇒ durch die Definitionsformel erhält man eigentlich die mittlere Beschleunigung für die untersuchte Zeitspanne, z. B.



⇒ Momentanbeschleunigung erhält man, wenn $\Delta t \rightarrow 0$: $a = \frac{dv}{dt}$
 ⇒ Die Beschleunigung kann sich ändern, sie ist eine Funktion der Zeit: $a(t)$

14

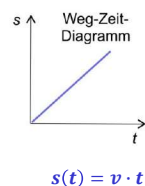
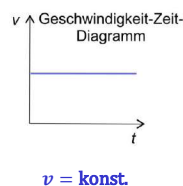
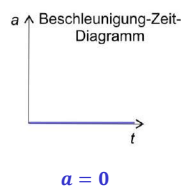
Gleichförmige geradlinige Bewegung



Definition: konstante Geschwindigkeit ($v = \text{konst.}$) ⇒ Die Beschleunigung $a = 0$
 (hinsichtlich sowohl des Betrages als auch der Richtung)

⇒ Die zurückgelegte **Strecke** wächst gleichmäßig, sie ist eine **lineare Funktion** der Zeit:

$s(t) = v \cdot t$



15

Übung:

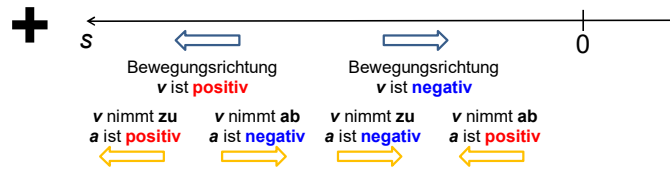
Nervenleitung im peripheren Nervensystem:

Fasertyp/-klasse	Leitungs-geschwindigkeit	Durchmesser
A α	60-120 m/s	10-20 μm
A β	40-90 m/s	7-15 μm
A γ	20-50 m/s	4-8 μm
A δ	10-30 m/s	2-5 μm
B	5-20 m/s	1-3 μm
C (ohne Myelinscheide)	0,5-2 m/s	0,5-1,5 μm

Wie groß ist die Zeitdifferenz zwischen Fasertyp/-klasse A α und C der gleichen Länge von 10 cm?

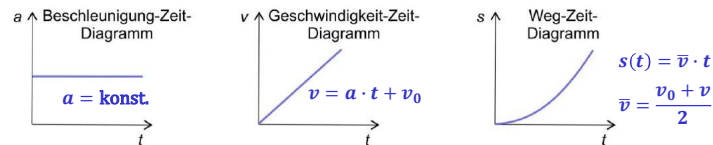
16

Gleichförmig beschleunigte geradlinige Bewegung



Definition: konstante Beschleunigung ($a = \text{konst.}$) \Rightarrow Die **Geschwindigkeit** wächst gleichmäßig, sie ist eine **lineare Funktion** der Zeit: $v(t) = a \cdot t + v_0$

\Rightarrow Die zurückgelegte **Strecke wächst nicht mehr gleichmäßig**, sondern immer schneller und schneller.



17

Übung:

Ein Schlitten hat vom Start an die gleichbleibende Beschleunigung von $a = 2 \text{ m/s}^2$.

Berechnen Sie:

- Seine Geschwindigkeit 5 Sekunden nach dem Start
- Den bis zu diesem Zeitpunkt zurückgelegten Weg
- Den zurückgelegten Weg bis zum Zeitpunkt, wenn seine Geschwindigkeit auf 20 m/s angewachsen ist

18

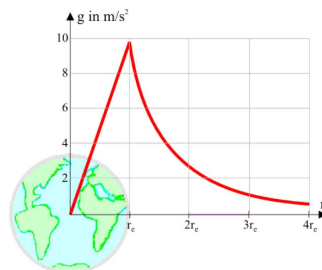
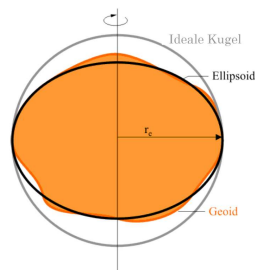
Der freie Fall – eine gleichförmig beschleunigte geradlinige Bewegung

Freier Fall: Fallbewegung im Gravitationsfeld der Erde im luftleeren Raum (ohne Luftwiderstand)

- Alle Körper fallen im luftleeren Raum gleich schnell, unabhängig von ihrer Form, Dichte oder Masse
- Für alle Körper am gleichen Ort ist die Beschleunigung gleich groß und wird auch **Fall- oder Erdbeschleunigung** g genannt, wobei im Mittel $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ ist



Zur Erdbeschleunigung:



19

Übungen:

Ein Körper fällt aus einer Höhe von 130 m frei herab.

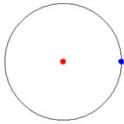
- Berechnen Sie die Fallstrecke nach 2 Sekunden.
- Bestimmen Sie, nach welcher Zeit und mit welcher Geschwindigkeit er auf den Boden trifft.

20

Gleichförmige Kreisbewegung

Ein Körper (Massepunkt), das sich auf einem Kreis oder einem Kreisbogen bewegt, führt eine Kreisbewegung aus.

- Die Bewegung ist eine **Translationsbewegung** und **keine Drehung**.
- Gleichförmig ist die Kreisbewegung, wenn sich der Betrag der Geschwindigkeit des Körpers nicht ändert.



Periodenzeit (T): Die Zeit, die der Massepunkt bei einer gleichförmigen Kreisbewegung für einen vollen Umlauf benötigt.

Frequenz (f): Die Anzahl der Umläufe pro Zeiteinheit. Es gilt:

$$f = \frac{1}{T} \quad \left(\frac{1}{s} = \text{Hz} \right)$$

Hertz

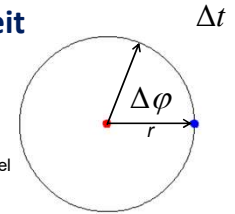
Bemerkung:

Die zwei Größen sind allgemein verwendbar bei periodischen Bewegungen und periodischen Vorgängen (Drehungen, Schwingungen, Wellen, ...).

21

Winkelgeschwindigkeit

$$\text{Winkelgeschwindigkeit } (\omega): \omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \quad \left(\frac{1}{s} \right)$$



- Quotient aus dem vom Radiusvektor r überstrichenen Winkel $\Delta\varphi$ und der dafür benötigten Zeit Δt
- Der Winkel $\Delta\varphi$ wird nicht in Grad, sondern in **Bogenmaß** gemessen!

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} =$$

Kreisfrequenz

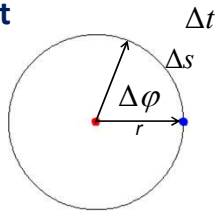
Übung: Bestimmen Sie die Winkelgeschwindigkeit der Kreisbewegung in der Animation.

22

(Bahn)geschwindigkeit

Sie ist die **Geschwindigkeit des Körpers**, also:

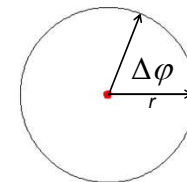
$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} =$$



Übung: Bestimmen Sie die Bahngeschwindigkeit der Kreisbewegung in der Animation.

23

Zentripetalbeschleunigung



24

Hausaufgaben: Grundschrift Kapitel 3

